|  |
| --- |
| 结论二:函数周期性问题 |
| 结 论 | 已知定义在R上的函数f(x),若对任意x∈R,总存在非零常数T,使得f(x+T)=f(x),则称f(x)是周期函数,T为其一个周期.除周期函数的定义外,还有一些常见的与周期函数有关的结论如下:(1)如果f(x+a)=-f(x)(a≠0),那么f(x)是周期函数,其中的一个周期T=2a.(2)如果f(x+a)=$\frac{1}{f(x)}$(a≠0),那么f(x)是周期函数,其中的一个周期T=2a.(3)如果f(x+a)+f(x)=c(a≠0),那么f(x)是周期函数,其中的一个周期T=2a.(4)如果f(x)=f(x+a)+f(x-a)(a≠0),那么f(x)是周期函数,其中的一个周期T=6a. |
| 解读 | 这个结论通过周期函数的定义得到，用代换等式中的构造出来的形式，然后利用周期函数的定义即可得到结论. |
| 典例 | 7．函数在区间上的最大值为10，则函数在区间上的最小值为（ ）A．-10 B．-8 C．-26 D．与*a*有关 |
| 解析 | 【答案】C【详解】设，则，即，故在区间上的最大值为，又易见，即是奇函数，图象关于原点中心对称，故在区间上的最小值为，故在区间上的最小值为. |
| 反思 | 本题中先设，利用关系，求在区间上的最大值18，再利用是奇函数，判断在区间上的最小值-18，再利用关系，得到在区间上的最小值即可. 有关奇函数最值问题的解决方法：（1）奇函数关于原点中心对称，因此在对称区间上最大值与最小值互为相反数；（2）一个函数有部分是奇函数，可以先令这部分为，有，利用是奇函数，其在对称区间上最值的特征，推出在对称区间上的最值的关系. |
| 针对训练\*举一反三 |
| 1．已知定义在上的奇函数满足，当时，，则（ ）A． B． C． D．【答案】D【分析】由周期性和奇偶性进行计算．【详解】∵，∴是周期函数，周期为，又是奇函数，，∴．2．定义在*R*偶函数满足，对，，都有，则有（ ）A． B．C． D．【答案】B【分析】首先判断函数的周期，并利用周期和偶函数的性质化简选项中的函数值，再比较大小.【详解】，，即，的周期，由条件可知函数在区间单调递增，，，，函数在区间单调递增，，即.3．设是上的奇函数且满足，当时，，则（ ）A． B． C． D．【答案】D【分析】由题意可知，是以为周期的周期函数，进而可得出，再利用奇函数的性质可求得结果.【详解】对任意的，，即，所以，函数是以为周期的周期函数，，由于函数为的奇函数，且当时，，因此.4．已知定义在R上的函数是奇函数，且是偶函数，若当时，，则的值是（ ）A． B． C．2 D．3【答案】B【分析】根据奇偶性证明函数的周期为，再结合周期性得出.【详解】因为是偶函数，所以，又函数是奇函数，所以，所以，所以，即函数的周期为，所以，因为，所以，故。5．定义在上的偶函数满足当时, ,则( )A． B．C． D．【答案】B【解析】因为，所以周期为2，因为当时, 单调递增，所以 单调递增，因为，所以 单调递减，因为，  ,所以, ,  ,.6．已知是在*R*上的奇函数，满足，且时，函数，函数恰有3个零点，则*a*的取值范围是（ ）A． B． C． D．【答案】D【解析】由题得，令，定义域为，恰有3个零点，即和的图像在定义域内有3个交点，，故函数的一个周期是4，又时，函数，且图像关于轴x=1对称，由此可做出函数图像如图，若两个函数有3个交点，则有，解得，则a的取值范围是.figure7．已知函数的定义域为，且满足下列三个条件：①任意，当时，都有；②；③是偶函数；若，则的大小关系正确的是（ ）A． B．C． D．【答案】C【分析】由条件①确实单调性，条件②确定周期性，条件③确定对称性，由对称性和周期性化自变量到区间上，再由单调性得大小关系、【详解】因为任意，当时，都有，所以在上是增函数，因为，所以，是周期函数，周期是8；由是偶函数，得的图象关于直线对称，，，又，所以． |

  ****